

Rapport du jury

Concours : CAPES externe et CAFEP-CAPES

Section : mathématiques

Option :

Session 2020

Rapport de jury présenté par : Anne BURBAN, présidente du jury
Inspectrice générale de l'éducation, du sport et de la recherche

Conseil aux futurs candidats

Il est recommandé aux candidats de s'informer sur les modalités du concours.

Les renseignements généraux (conditions d'accès, épreuves, carrière, etc.) sont donnés sur le site du ministère de l'Éducation nationale, de la jeunesse et des sports :

http://www.devenirenseignant.gouv.fr/

Le jury du CAPES externe de Mathématiques met à disposition des candidats et des formateurs un site spécifique :

http://capes-math.org/

Les épreuves écrites de cette session se sont tenues les 6 et 7 juillet 2020. Les épreuves orales ont été annulées, conformément aux dispositions de l'arrêté du 15 mai 2020 portant adaptation des épreuves des sections des concours externes et des troisièmes concours ouverts au titre de l'année 2020 en vue de l'obtention du certificat d'aptitude au professorat du second degré (CAPES) en raison de la crise sanitaire née de l'épidémie de covid-19.

L'option informatique du CAPES de Mathématiques n'a pas été ouverte à la session 2020 en raison de la création du CAPES Numérique et Sciences Informatiques.

Table des matières

1 Présentation du concours

La forme et les programmes des épreuves du concours sont définis par l'arrêté du 19 avril 2013 fixant les sections et les modalités d'organisation des concours du certificat d'aptitude au professorat du second degré (MENH1310120A). Cet arrêté a été publié :

- au Journal officiel de la République française nº 0099 du 27 avril 2013 ;
- sur le site Devenir Enseignant : https://www.devenirenseignant.gouv.fr/cid98467/les-textes-officiels-de-reference-sur-les-concours-du-second-degre.html

2 Quelques statistiques

2.1 Résultats de la session 2020 et historique

Les candidats pouvaient s'inscrire à la session 2020 du CAPES-CAFEP externe de mathématiques du 10 septembre au 10 octobre 2019, donc avant la crise sanitaire.

Le nombre de candidats inscrits à la session 2020 a subi une forte baisse par rapport à 2019 (17% pour le CAPES, 14 % pour le CAFEP). Le nombre de candidats présents aux épreuves écrites est également en baisse par rapport à 2019, mais en moindre mesure (environ 10 %). De ce fait, le taux Présents / Inscrits est passé de 47% en 2019 à 53% en 2020. L'influence des conditions particulières de cette session, dues à la crise sanitaire (report des épreuves écrites, suppression des épreuves orales) sur l'absentéisme aux épreuves écrites est difficile à analyser.

La barre d'admission a été fixée à 15,45 sur 40, ce qui a permis de pourvoir 1045 postes sur les 1185 offerts. 2 candidats au titre de l'étranger ont également été admis. Pour rappel, la barre était de 48 sur 120 lors des sessions 2018 et 2019, le total de 120 correspondant aux 20 points de chacune des deux épreuves écrites et aux 40 points de chacune des deux épreuves orales.

Concernant le concours du CAFEP, les 210 postes offerts ont été pourvus. Le jury a également fourni une liste complémentaire de 4 candidats. Le total du dernier inscrit sur cette liste complémentaire était de 15,37 sur 40.

Ont été éliminés :

- 10 candidats ayant obtenu la note 0 à la première épreuve écrite,
- 59 candidats s'étant présentés uniquement à la première épreuve,
- 2 candidats s'étant présentés uniquement à la seconde épreuve.

Deux candidats au CAPES externe et un candidat au CAFEP ont été radiés des listes d'admission car ils ne remplissaient pas les conditions d'éligibilité (nationalité ou diplôme).

CAPES	Postes	Inscrits	Présents	Présents/ Inscrits	Admissibles	Admissibles/ Présents	Admis	Admis/ Présents
2020	1185	3653	1928	53%	----	----	1045	54%
2019	1200	4563	2139	47%	1706	80%	973	45%
2018	1183	5074	2263	45%	1760	78%	1070	47%
2017	1440	5249	2306	44%	1942	84%	1066	46%

2016	1440	5373	2288	43%	1870	82%	1137	50%
2015	1440	4645	2205	47%	1803	82%	1097	50%
2014	1243	4268	2327	55%	1892	81%	838	36%
2014e	1592	4763	2454	52%	1903	78%	794	32%
2013	1210	3390	1613	48%	1311	81%	817	51%
2012	950	3194	1464	46%	1176	80%	652	45%
2011	950	2862	1285	45%	1047	81%	574	45%
2010	846	4020	2695	67%	1919	71%	846	31%
2009	806	4243	3160	74%	1836	58%	806	26%
2008	806	4711	3453	73%	1802	52%	806	23%
2007	952	5388	3875	72%	2102	54%	952	25%
2006	952	5787	3983	69%	2043	51%	952	24%
2005	1310	6086	4074	67%	2473	61%	1310	32%

CAFEP	Postes	Inscrits	Présents	Présents/ Inscrits	Admissibles	Admissibles/ Présents	Admis	Admis/ Présents
2020	210	944	466	49%	----	----	210+4	45,1%
2019	172	1182	498	42%	343	69%	172	35%
2018	174	1269	567	44%	337	59%	170	30%
2017	176	1318	642	49%	397	62%	176	27%
2016	174	1273	549	43%	410	75%	174	32%
2015	178	1039	495	48%	388	78%	178	36%
2014	151	747	452	61%	342	76%	136	30%
2014e	155	971	493	51%	342	69%	155	31%
2013	105	703	359	51%	272	76%	105	29%
2012	75	736	319	43%	214	67%	75	24%
2011	90	618	276	45%	198	72%	90	33%
2010	155	879	554	63%	308	56%	119	21%
2009	109	901	633	70%	268	42%	109	17%
2008	155	964	631	65%	200	32%	90	14%
2007	160	1019	693	68%	267	39%	123	18%
2006	135	1096	689	63%	283	41%	126	18%
2005	177	1051	644	61%	279	43%	139	22%

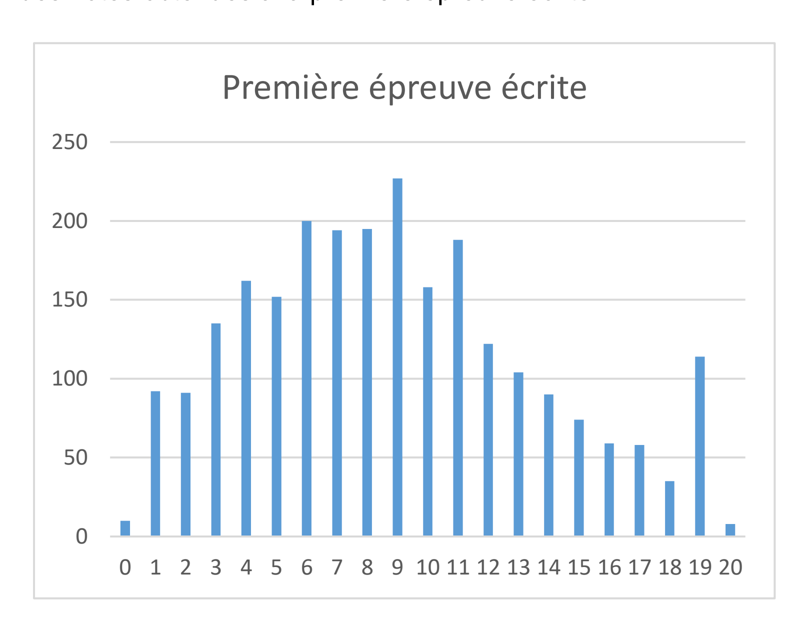
2.2 Répartition des notes

Les données suivantes concernent les concours du CAPES et du CAFEP réunis. Sauf mention contraire, les notes indiquées sont sur 20.

2.2.a Première épreuve écrite

Moyenne	Écart type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
8,39	4,72	4,81	8,02	11,37

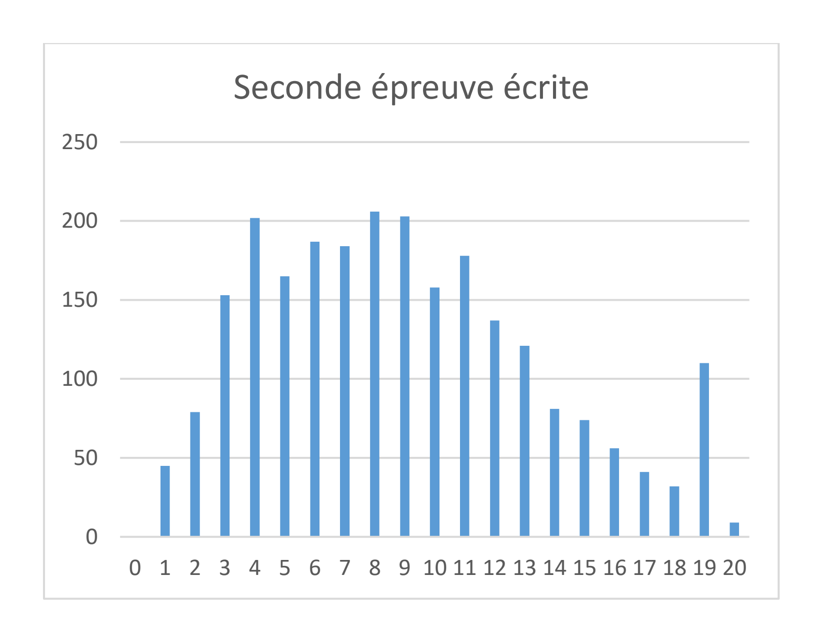
Le diagramme suivant représente la répartition des notes obtenues à la première épreuve écrite :



2.2.b Seconde épreuve écrite

Moyenne	Écart type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
8,42	4,57	4,79	7,99	11,41

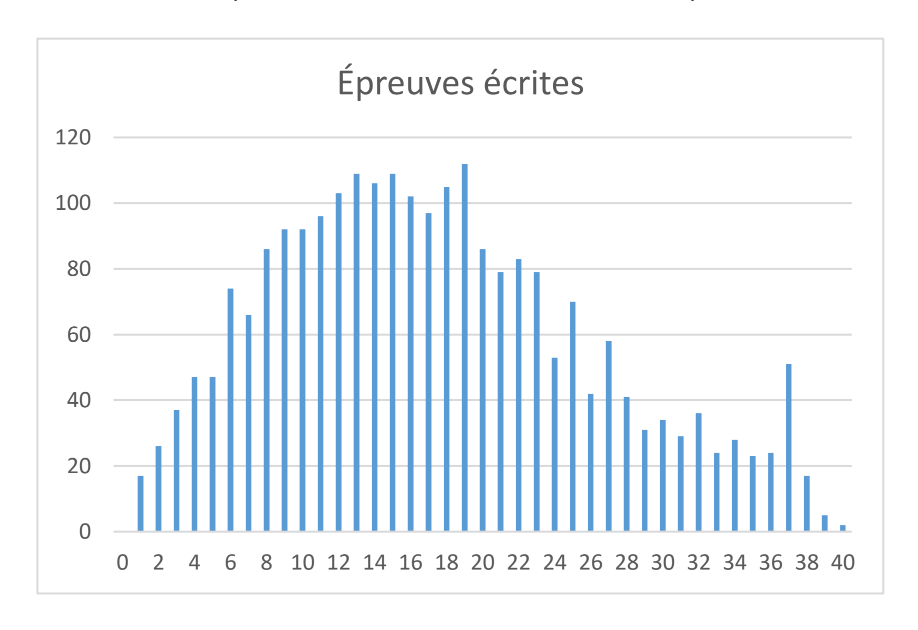
Le diagramme suivant représente la répartition des notes obtenues à la seconde épreuve écrite :



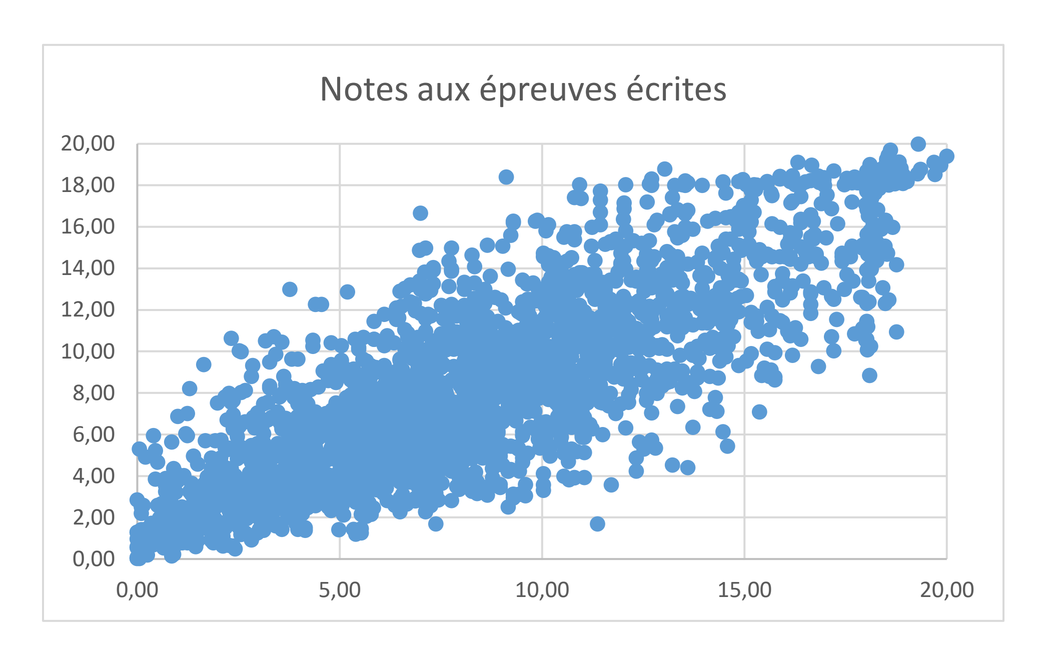
2.2.c Total des épreuves écrites (sur 40)

Moyenne	Écart type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
16,92	8,82	10,23	16,00	22,51

Le diagramme suivant illustre la répartition de notes obtenues aux deux épreuves écrites :



Enfin, le nuage de points suivant représente les notes obtenues aux deux épreuves, la première épreuve étant en abscisse et la seconde en ordonnée.



Le coefficient de corrélation linéaire entre les notes des deux épreuves écrites est 0,82.

2.3 Autres données

Les données suivantes concernent les concours du CAPES et CAFEP réunis. Elles ont été établies à partir des renseignements fournis par les candidats au moment de leur inscription.

	Inscrits		Présents		Admis	
Hommes	2805	61%	1502	62%	795	63%
Femmes	1792	39%	918	38%	466	37%
TOTAL	4597		2420		1261	

Académie	Inscrits		Présents		Admis	
AIX-MARSEILLE	243	5,29%	129	5,33%	54	4,28%
AMIENS	97	2,11%	63	2,60%	31	2,46%
BESANCON	65	1,41%	46	1,90%	21	1,67%
BORDEAUX	183	3,98%	105	4,34%	68	5,39%
CAEN	85	1,85%	57	2,36%	39	3,09%
CLERMONT-FERRAND	75	1,63%	43	1,78%	27	2,14%
CORSE	12	0,26%	5	0,21%	4	0,32%
CRETEIL-PARIS-VERSAIL.	1147	24,95%	485	20,04%	219	17,37%
DIJON	57	1,24%	24	0,99%	15	1,19%
GRENOBLE	160	3,48%	74	3,06%	42	3,33%
GUADELOUPE	47	1,02%	24	0,99%	3	0,24%
GUYANE	36	0,78%	21	0,87%	1	0,08%
LA REUNION	109	2,37%	65	2,69%	20	1,59%
LILLE	285	6,20%	160	6,61%	81	6,42%
LIMOGES	45	0,98%	31	1,28%	14	1,11%
LYON	244	5,31%	132	5,45%	93	7,38%
MARTINIQUE	44	0,96%	22	0,91%	6	0,48%
MAYOTTE	26	0,57%	7	0,29%	1	0,08%
MONTPELLIER	164	3,57%	79	3,26%	41	3,25%
NANCY-METZ	139	3,02%	91	3,76%	53	4,20%
NANTES	222	4,83%	139	5,74%	82	6,50%
NICE	141	3,07%	64	2,64%	36	2,85%
NOUVELLE CALEDONIE	25	0,54%	16	0,66%	7	0,56%
ORLEANS-TOURS	114	2,48%	56	2,31%	25	1,98%
POITIERS	93	2,02%	47	1,94%	25	1,98%
POLYNESIE FRANCAISE	33	0,72%	25	1,03%	12	0,95%
REIMS	69	1,50%	39	1,61%	19	1,51%
RENNES	199	4,33%	116	4,79%	68	5,39%
ROUEN	84	1,83%	48	1,98%	27	2,14%
STRASBOURG	136	2,96%	74	3,06%	31	2,46%
TOULOUSE	218	4,74%	133	5,50%	96	7,61%
TOTAL	4597	100,00%	2420	100,00%	1261	100,00%

	Inscrits		Présents		Admis	
ADJOINT D'ENSEIGNEMENT	5	0,11%	2	0,1%	0	0,0%
AG NON TIT FONCT HOSPITAL	2	0,04%	0	0,0%	0	0,0%
AG NON TIT FONCT TERRITORIALE	5	0,11%	0	0,0%	0	0,0%
AG NON TITULAIRE FONCT PUBLIQ	32	0,70%	11	0,5%	4	0,3%
AGREGE	8	0,17%	3	0,1%	3	0,2%
AGRICULTEURS	3	0,07%	2	0,1%	2	0,2%
ARTISANS / COMMERCANTS	12	0,26%	2	0,1%	1	0,1%
ASSISTANT D'EDUCATION	119	2,59%	50	2,1%	12	1,0%
CADRES SECT PRIVE CONV COLLECT	365	7,94%	89	3,7%	50	4,0%
CERTIFIE	45	0,98%	13	0,5%	8	0,6%
CHAIRE SUPERIEURE	1	0,02%	0	0,0%	0	0,0%
CONSEILLER ORIENTATION INTERIM	1	0,02%	1	0,0%	0	0,0%
CONT ET AGREE REM INSTITUTEUR	1	0,02%	0	0,0%	0	0,0%
CONTRACT ENSEIGNANT SUPERIEUR	27	0,59%	12	0,5%	3	0,2%
CONTRACT MEN ADM OU TECHNIQUE	1	0,02%	0	0,0%	0	0,0%
CONTRACTUEL 2ND DEGRE	649	14,12%	289	11,9%	78	6,2%
CONTRACTUEL APPRENTISSAGE(CFA)	6	0,13%	1	0,0%	1	0,1%
ELEVE D'UNE ENS	10	0,22%	2	0,1%	2	0,2%
EMPLOI AVENIR PROF.2ND D.PRIVE	6	0,13%	5	0,2%	3	0,2%
EMPLOI AVENIR PROF.2ND D.PUBLI	7	0,15%	4	0,2%	2	0,2%
ENS.STAGIAIRE 2E DEG. COL/LYC	41	0,89%	17	0,7%	8	0,6%
ENSEIG NON TIT ETAB SCOL.ETR	19	0,41%	8	0,3%	5	0,4%
ENSEIGNANT DU SUPERIEUR	38	0,83%	14	0,6%	7	0,6%
ETUD.HORS ESPE (PREPA CNED)	37	0,80%	19	0,8%	9	0,7%
ETUD.HORS ESPE (PREPA MO.UNIV)	153	3,33%	123	5,1%	108	8,6%
ETUD.HORS ESPE (PREPA PRIVEE)	9	0,20%	6	0,2%	3	0,2%
ETUD.HORS ESPE (SANS PREPA)	279	6,07%	177	7,3%	141	11,2%
ETUDIANT EN ESPE EN 1ERE ANNEE	987	21,47%	857	35,4%	503	39,9%

ETUDIANT EN ESPE EN 2EME ANNEE	149	3,24%	116	4,8%	43	3,4%
FONCT STAGI FONCT HOSPITAL	1	0,02%	0	0,0%	0	0,0%
FONCT STAGIAIRE FONCT PUBLIQUE	2	0,04%	1	0,0%	0	0,0%
FORMATEURS DANS SECTEUR PRIVE	57	1,24%	21	0,9%	11	0,9%
INSTITUTEUR	2	0,04%	0	0,0%	0	0,0%
INSTITUTEUR SUPPLEANT	4	0,09%	0	0,0%	0	0,0%
MAITRE AUXILIAIRE	188	4,09%	90	3,7%	36	2,9%
MAITRE CONTR.ET AGREE REM MA	7	0,15%	4	0,2%	1	0,1%
MAITRE CONTR.ET AGREE REM TIT	1	0,02%	0	0,0%	0	0,0%
MAITRE DELEGUE	43	0,94%	18	0,7%	5	0,4%
MAITRE D'INTERNAT	1	0,02%	0	0,0%	0	0,0%
MILITAIRE	5	0,11%	1	0,0%	1	0,1%
PEGC	3	0,07%	1	0,0%	1	0,1%
PERS ADM ET TECH MEN	10	0,22%	2	0,1%	0	0,0%
PERS ENSEIG NON TIT FONCT PUB	31	0,67%	15	0,6%	3	0,2%
PERS ENSEIG TIT FONCT PUBLIQUE	7	0,15%	3	0,1%	1	0,1%
PERS FONCT HOSPITAL	3	0,07%	1	0,0%	0	0,0%
PERS FONCT TERRITORIALE	6	0,13%	3	0,1%	2	0,2%
PERS FONCTION PUBLIQUE	34	0,74%	8	0,3%	2	0,2%
PERSONNEL DE DIRECTION	1	0,02%	0	0,0%	0	0,0%
PERSONNEL D'INSPECTION	3	0,07%	0	0,0%	0	0,0%
PLP	43	0,94%	6	0,2%	2	0,2%
PROF DES ECOLES STAGIAIRE	4	0,09%	1	0,0%	0	0,0%
PROFESSEUR ASSOCIE 2ND DEGRE	4	0,09%	4	0,2%	1	0,1%
PROFESSEUR ECOLES	53	1,15%	9	0,4%	2	0,2%
PROFESSIONS LIBERALES	60	1,31%	18	0,7%	9	0,7%
SALARIES SECTEUR INDUSTRIEL	83	1,81%	22	0,9%	10	0,8%
SALARIES SECTEUR TERTIAIRE	142	3,09%	42	1,7%	16	1,3%
SANS EMPLOI	716	15,58%	300	12,4%	155	12,3%
VACATAIRE APPRENTISSAGE (CFA)	3	0,07%	1	0,0%	0	0,0%
VACATAIRE DU 2ND DEGRE	51	1,11%	23	1,0%	6	0,5%
VACATAIRE ENSEIGNANT DU SUP.	10	0,22%	3	0,1%	1	0,1%
VACATAIRE FORMATION CONTINUE	2	0,04%	0	0,0%	0	0,0%
TOTAL	4597	100,00%	2420	100,0%	1261	100,0%

AGE	Inscrits		Présents		Admis	
18-20	2	0,04%	1	0,1%	1	0,1%
20-24	1226	26,67%	1005	79,7%	671	53,2%
25-29	1038	22,58%	572	45,4%	269	21,3%
30-34	736	16,01%	284	22,5%	122	9,7%
35-39	468	10,18%	163	12,9%	62	4,9%
40-44	409	8,90%	126	10,0%	48	3,8%
45-49	343	7,46%	127	10,1%	41	3,3%
50-54	222	4,83%	82	6,5%	30	2,4%
55-59	115	2,50%	43	3,4%	12	1,0%
60-64	36	0,78%	17	1,3%	5	0,4%
65-70	2	0,04%	0	0,0%	0	0,0%

	Inscrits	Présents	Admis
Âge du plus jeune	19,1	19,9	19,9
Âge du plus âgé	66,3	64,4	63,7
Âge moyen	33,1	30,3	28,2

3 Influence de la suppression des épreuves orales

Nous présentons ci-dessous quelques considérations permettant de mettre en perspective les résultats de la session 2020 et ceux de la session 2019. Lors de cette dernière, 973 candidats ont été admis. Si le concours s'était arrêté après les épreuves écrites, 175 de ces candidats n'auraient pas été admis et 175 autres l'auraient été à leur place, soit environ 18% des admis.

Le diagramme suivant représente la répartition des 175 candidats qui auraient été reçus si la session 2019 s'était arrêtée à l'issue des épreuves écrites et qui finalement n'ont pas été reçus, selon leur rang à l'issue des épreuves écrites (en vert) et à l'issue des épreuves orales (en orange). Parmi ces 175 candidats, 4 ont abandonné le concours et ne se sont pas présentés aux épreuves orales.



Ce diagramme représente la répartition des 175 candidats qui n'auraient pas été reçus si la session 2019 s'était arrêtée à l'issue des épreuves écrites et qui finalement ont été reçus, selon leur rang à l'issue des épreuves écrites (en orange) et à l'issue des épreuves orales (en vert).



4 Analyse et commentaires : épreuves écrites

Les sujets ainsi que les corrigés des épreuves écrites sont disponibles sur le site du jury à l'adresse http://capes-math.org/.

4.1 Première épreuve écrite

Le sujet de la première épreuve de la session 2020 est constitué d'un seul problème. Structuré en six parties, ce problème aborde plusieurs notions : barycentre de n points du plan, courbes de Bézier et algorithme de Casteljau, polynômes de Bernstein, isométries du carré, raccordement de deux courbes de Bézier.
Conformément à la description générique de l'épreuve, il permet d'apprécier la connaissance de différentes notions mathématiques au programme : vecteurs du plan, coefficients binomiaux, polynômes, principe de récurrence, théorie des groupes, algèbre linéaire, courbes paramétrées. La résolution du problème sollicite également des capacités de raisonnement, de calcul et d'argumentation.
De manière générale, l'épreuve a été mal réussie, en raison, d'une part d'une maîtrise insuffisante des connaissances et des compétences mathématiques nécessaires à la résolution du problème, d'autre part d'un manque de rigueur, de clarté et de précision dans les justifications attendues.

4.1.a Les notions mathématiques mises en jeu dans le problème

Ce paragraphe présente une analyse qualitative et quantitative des réussites et des faiblesses constatées sur les différentes notions mathématiques mises en jeu dans le problème.

- **Le calcul vectoriel dans toute la partie A**
  Le problème a été conçu sans supposer la connaissance préalable de la notion de barycentre, dont la définition est donnée dans l'énoncé. Le recours au calcul vectoriel est donc attendu dans la sous-partie I qui vise à démontrer les premières propriétés du barycentre (homogénéité, associativité, lien avec les applications affines).
  Les candidats utilisent correctement la relation de Chasles. On regrette cependant qu'ils y aient recours de manière systématique, même lorsque l'utilisation de questions antérieures permet de conclure directement (par exemple, la question **A-I-3** se traitait en utilisant directement les questions **A-I-1 et A-I-2**).

On note des confusions entre les points du plan affine $\wp$ et les vecteurs de sa direction vectorielle $\vec{\wp}$. La notation de Grassmann $N = M + \vec{u}$ (qui traduit que le point N est l'image du point M dans la translation de vecteur $\vec{u}$) n'était absolument pas nécessaire pour traiter le problème. Lorsqu'elle a été utilisée, l'assimilation de la différence entre deux points de $\wp$ à un vecteur de $\vec{\wp}$ (du type $N - M = \overrightarrow{MN}$) nécessitait d'être justifiée par l'identification du point M de $\wp$ au vecteur $\overrightarrow{OM}$ de $\vec{\wp}$.
Concernant les sommes pondérées de points de $\wp$, signalons que l'égalité

$$\sum_{i=0}^{n} \alpha_i P_i = \left(\sum_{i=0}^{n} \alpha_i\right) G$$

résulte elle-aussi de cette identification et de la relation vectorielle

$$\sum_{i=0}^{n} \alpha_i \overrightarrow{OP_i} = \left(\sum_{i=0}^{n} \alpha_i\right) \overrightarrow{OG}.$$

C'est la raison pour laquelle une égalité du type

$$\sum_{i=0}^{n} \alpha_i P_i = \left(\sum_{i=0}^{n} \alpha_i\right) G$$

ne pouvait pas être employée dans le problème avant la question A-I-3, qui visait justement à démontrer, pour tout point M de $\wp$, que

$$\sum_{i=0}^{n} \alpha_i \overrightarrow{MP_i} = \left(\sum_{i=0}^{n} \alpha_i\right) \overrightarrow{MG}.$$

La question de l'associativité simple (question **A-III-2**) est bien traitée par une majorité de candidats. Son utilisation pour démontrer la concourance des médianes d'un triangle est déjà moins réussie (seulement par 16,8 % de candidats).

— **Les calculs sur les sommes finies indexées**
Les calculs faisant intervenir la notation Σ ne sont pas toujours correctement menés, notamment pour ce qui concerne l'interversion de l'ordre des sommations dans une somme double ou la mise en facteur d'un terme indépendant de l'indice de sommation (**question A-III-3**).

— **L'algèbre générale**

- **Question A-I-1-b**

Si la question de l'injectivité est dans l'ensemble bien traitée, celle de la surjectivité en revanche ne l'est pas, 81,8 % des candidats ne sachant même pas poser le problème, à savoir : partir d'un vecteur quelconque de $\vec{P}$ et en rechercher un antécédent par l'application f. Au lieu de cela, trop de candidats se contentent d'affirmer que tout point du plan à une unique image ou encore qu'en dimension finie, une application injective est nécessairement bijective, manifestant ainsi un manque de maîtrise de la notion.

- **Question E-XVII-2**

Alors qu'il s'agit de démontrer la bijectivité de l'application $f \mapsto s_\Delta \circ f$, une proportion non négligeable de candidats démontre, pour tout $f \in \mathfrak{I}^+(Q)$, la bijectivité de $s_\Delta \circ f$.
La preuve de la bijectivité de F passe par deux étapes : d'abord la justification que F est bien une application de $\mathfrak{I}^+(Q)$ dans $\mathfrak{I}^-(Q)$. Ensuite, pour un élément quelconque g de $\mathfrak{I}^-(Q)$, la démonstration de l'existence d'un unique élément $f \in \mathfrak{I}^+(Q)$ solution de l'équation $s_\Delta \circ f = g$.

— **Les coefficients binomiaux (partie B)**

Leur propriété de symétrie, la formule du triangle de Pascal et celle du binôme de Newton sont dans l'ensemble connues des candidats. Lorsqu'ils ont été menés, les calculs à base de manipulations sur les factorielles permettant de répondre à la question **B-VI-1** l'ont été correctement. D'une manière générale, rappelons qu'il est attendu, lorsqu'on utilise un résultat de cours pour répondre à une question, de donner le nom de ce résultat (ici il était attendu de citer le triangle de Pascal et le binôme de Newton). En revanche, la référence à un résultat non universellement reconnu comme relevant du cours ne peut se substituer à une démonstration. Ainsi, le seul fait d'invoquer la formule dite d'absorption-extraction ne pouvait dispenser de la démonstration de l'égalité $k\binom{n}{k} = n\binom{n-1}{k-1}$.

— **L'algèbre linéaire**

- **Question B-VII-1**

Cette question a révélé, de la part de certains candidats, des incompréhensions sur le concept même de linéarité. Ainsi, pour établir que ϕ_n et ψ_n sont des endomorphismes de $\mathbb{R}_n[X]$, certains candidats calculent $P(X_1 + \lambda X_2)$, affirmant même pour certains l'égalité à $P(X_1) + \lambda P(X_2)$.
Pour démontrer que ϕ_n et ψ_n sont des endomorphismes de $\mathbb{R}_n[X]$, il est nécessaire de vérifier, en plus de leur linéarité que, pour tout polynôme P de $\mathbb{R}_n[X]$, le degré de ses images par ϕ_n et ψ_n est inférieur ou égal à n. Cette vérification des degrés n'a été traitée que par très peu de candidats (moins de 10% de ceux qui ont abordé la question).

- **Question B-VII-3**

Rares sont les candidats ayant su interpréter l'égalité $\phi_n(B_{n,k})(X) = kB_{n,k}(X)$ en termes de vecteur propre et de valeur propre. Signalons qu'ils omettent tous de mentionner la non nullité de $B_{n,k}$, pourtant nécessaire pour conférer à $B_{n,k}$ le statut de vecteur propre. La liberté de la famille $(B_{n,k})_{0\le k\le n}$ est due au fait qu'une famille de vecteurs propres associés à des valeurs propres distinctes est libre et non pas, comme cela a été mentionné dans certaines copies, au fait que c'est une famille de polynômes de degrés échelonnés, tous les polynômes $B_{n,k}$étant de degré n. L'égalité entre le nombre de polynômes $(B_{n,k})_{0\le k\le n}$ de la famille libre et la dimension de l'espace vectoriel $\mathbb{R}_n[X]$ permet alors de conclure.

- **Question B-VII-4**

Cette question nécessite de mobiliser et d'articuler correctement des raisonnements d'algèbre linéaire figurant au programme de l'épreuve et relevant du niveau de la licence.
Tout d'abord, l'égalité $\phi_n(B_{n,0})(X) = 0$ prouve l'appartenance du polynôme $B_{n,0}$ au noyau de l'endomorphisme ϕ_n et par là-même son caractère non injectif, d'où non bijectif.
Concernant ψ_n, endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie, sa bijectivité équivaut à son injectivité.
Il suffit donc de démontrer que son noyau est réduit au singleton $\{0\}$. L'utilisation de la liberté de la famille $(B_{n,k})_{0\le k\le n}$, puis le fait que le polynôme nul est le seul élément de $\mathbb{R}_n[X]$ à s'annuler en $n+1$ valeurs distinctes permettaient de conclure.
Seuls 19% des candidats ont abordé cette question qui n'a été réussie que par 26% d'entre eux.

— **Les fonctions à valeurs dans $\mathbb{R}^2$ et les courbes paramétrées**

Rappelons que le programme de la première épreuve écrite est défini chaque année et que les fonctions à valeurs dans $\mathbb{R}^2$ et les courbes paramétrées y ont fait leur entrée à la session 2020 (dans la rubrique « fonction de variable réelle »). Force est de constater que les parties du problème y faisant référence ont été très peu abordées, et lorsqu'elles l'ont été, sans grand succès.
On ne peut que conseiller aux futurs candidats de ne pas négliger cette notion tout à fait accessible (beaucoup plus que les fonctions de plusieurs variables qu'elle a remplacées dans le programme de la première épreuve).

- **Question F-C-VIII-3**

Seuls 19 % des candidats ont compris qu'il s'agissait de vérifier que P_0=$M(0)$ et P_n=$M(1)$.

- **Question C-XI**

On attendait ici la dérivation la fonction vectorielle $t \mapsto \overrightarrow{OM(t)}$, puis la substitution de la variable t par les valeurs 0 ou 1 pour obtenir un vecteur tangent en P_0 ou en P_n, à condition de vérifier la non nullité des vecteurs obtenus.
7,4 % des candidats n'ont pas répondu correctement ou de manière incomplète ; 92,2 % n'ont pas abordé cette question. Environ 5,7 % des candidats ayant abordé cette question y ont répondu correctement.

- **Question E-XVIII-3-c**

Seule question du problème permettant d'évaluer le tracé d'une courbe plane paramétrée, cette question n'a été abordée que par 4,9 % des candidats.

— **Le principe de récurrence**

- **Question D-XV**

L'algorithme de construction de la suite finie de points $(M_{k,l})$ repose sur une récurrence. Le résultat de la question **D-XV-1,** qui se démontre lui-même par récurrence, permet d'exprimer le dernier point (correspondant à $l = n$) comme barycentre du système $\left((P_0, B_{n,0}), (P_1, B_{n,1}), (P_2, B_{n,2}), \ldots, (P_n, n)\right)$. Cette question, préparée par la question **D-XIV-2**, nécessite un certain recul pour mener à bien le calcul (découlant de la formule du triangle de Pascal) et pour ne pas se perdre entre les différents indices.
Elle n'a été abordée que par 7,3 % des candidats, et correctement traitée uniquement par 0,6 % des candidats.
Signalons a contrario que de très nombreuses démonstrations par récurrence ont été proposées dans la question **B.V.5**. La locution « relation de récurrence » dans le titre de la question a laissé croire à de nombreux candidats qu'une démonstration par récurrence était attendue. Ainsi, ils se sont aventurés avec maladresse dans des démonstrations « par récurrence », dont la justification de l'hérédité ne mobilisait nullement l'hypothèse de récurrence. Il est attendu des candidats qu'ils soient capables de prendre du recul sur leurs propres raisonnements et d'analyser ce qu'ils utilisent réellement dans la preuve de l'hérédité d'une récurrence. Enfin, une grande partie des candidats s'engagent dans l'initialisation de la récurrence sans avoir énoncé d'hypothèse ni précisé sur quel entier elle porte. Cela rend difficile la compréhension de la démarche lorsque deux entiers (ici k et l) sont mis en jeu.
Signalons qu'il subsiste encore des candidats qui supposent l'hypothèse de récurrence valable pour tout entier naturel.

— **Les isométries du plan**

Signalons que les isométries du plan intervenaient déjà dans l'épreuve 1 du sujet de la session 2019. Le jury n'a malheureusement pas constaté d'amélioration dans la maîtrise de cette notion du programme. Rappelons qu'en géométrie comme dans les autres thèmes du programme, on attend des futurs professeurs que leurs affirmations ne se fondent pas sur ce qui « se voit » sur une figure, mais sur des argumentations basées sur le principe même de la démonstration.

Questions E-XVII-3 et E-XVII-4

Moins de 10% des candidats ont fourni, de manière uniquement descriptive et sans justification, la liste des 4 éléments du groupe $\mathfrak{I}^{+}(Q)$ et ont donné sa table. La résolution correcte de cette question supposait :

- un rappel du fait qu'une isométrie positive du plan est une rotation ;
- lorsque cette rotation n'est pas égale à l'identité, la justification que son centre est le centre du carré (la question **A-IV** assurant l'invariance, par toute isométrie de $\mathfrak{I}(Q)$, de l'isobarycentre des sommets du carré) ;

- la détermination des angles possibles pour cette rotation selon qu'elle transforme A en B, C ou D.

Si les rotations d'angles $k\frac{\pi}{2}$ (pour $k = 0, 1, 2, 3$) sont mentionnées, le centre commun de ces rotations est rarement précisé, ce qui traduit une confusion entre rotation vectorielle et rotation affine.

Environ 2% des candidats ont ensuite fourni, toujours sans justification, les 4 réflexions qui, adjointes aux 4 rotations précédentes, constituent le groupe $\mathfrak{I}(Q)$. Un raisonnement complet nécessite d'utiliser la bijection F de la question XVII-2 pour s'assurer que l'on dispose bien de la totalité des éléments de $\mathfrak{I}(Q)$.

Les correcteurs ont valorisé les copies sur lesquelles le carré a été représenté avec des éléments (axes de symétrie, angles orientés) figurant les rotations et les symétries le préservant.

En préalable de l'étude des courbes de Bézier associées aux permutations du carré, il était demandé à la question **E-XVIII-1** de donner le cardinal de l'ensemble des permutations des 4 sommets d'un carré. Le jury a eu la mauvaise surprise de constater que seulement 10,9 % des candidats en ont fourni la valeur correcte. Pour les autres, les réponses oscillent entre 4, 8 ou 16.

4.1.b Qualité de l'argumentation et de l'expression écrite

Au-delà de la maîtrise des connaissances et des compétences mathématiques nécessaires à la résolution du problème, l'évaluation des copies porte aussi sur la qualité de l'argumentation tant au niveau de l'expression française que mathématique. Le CAPES et le CAFEP étant des concours de recrutement de futurs professeurs (qui seront donc investis d'une mission d'explicitation et de transmission des savoirs), il est naturel que l'évaluation de leurs copies accorde une place privilégiée à la clarté, la rigueur, la justesse et la précision des réponses apportées. Or, le jury déplore une nouvelle fois l'insuffisance des justifications apportées à certaines réponses. À ce titre, il est rappelé que, si certains résultats peuvent être interprétés par les candidats comme relevant du cours, lorsqu'il en est explicitement demandé une démonstration, tout résultat ne figurant pas parmi les données de l'énoncé ou non issu des questions antérieures doit être démontré. Les exemples ci-dessous illustrent plus particulièrement ce qui était attendu comme justification à certaines réponses.

- **Question A-I-2 :** la seule mention « le point $G = \frac{1}{\alpha}(\sum_{i=0}^{n} \alpha_i P_i)$ convient » ne peut être prise en compte comme preuve de l'existence du barycentre, la justification de la notation de Grassmann pour dénoter le barycentre reposant notamment sur la réponse à une question ultérieure (A-I-3). Au niveau du **A-I-2**, il était attendu d'utiliser la surjectivité de l'application f démontrée à la question **A-I-1-c.** Notons cependant, qu'à partir de la question **A-I-3**, et en particulier dans toute la section II, l'utilisation de la notation de Grassmann pour désigner un barycentre a été acceptée, même sans justification.
- **Question A-II-1 :** pour identifier l'isobarycentre de deux points P_0, P_1 distincts comme le milieu du segment $[P_0P_1]$, l'égalité $\overrightarrow{GP_0} + \overrightarrow{GP_1} = \vec{0}$, qui n'est qu'une paraphrase de l'énoncé, ne suffit pas si elle n'est pas accompagnée d'un dessin probant ou d'une égalité du type $\overrightarrow{P_0G} = \frac{1}{2}\overrightarrow{P_0P_1}$.
- **Question A-II-2** : sur cette question où il était demandé de démontrer que, pour tout réel t, le barycentre du système $((P_0, t), (P_1, 1-t))$ appartient à la droite (P_0P_1), la seule égalité de définition $t\overrightarrow{P_0G} + (1-t)\overrightarrow{P_1G} = \vec{0}$ ne suffit pas si elle n'est pas complétée par un argument de colinéarité, par exemple entre les vecteurs $\overrightarrow{P_0G}$ et $\overrightarrow{P_0\,P_1}$.
- **Question A-IV** : sur cette question demandant d'expliciter le lien entre application affine et barycentre, le passage de l'égalité $\sum_{i=0}^{n} \propto_i \overrightarrow{GP_i} = \vec{0}$ à $\sum_{i=0}^{n} \propto_i \overrightarrow{g(G)g(P_i)} = \vec{0}$ nécessite d'appliquer aux deux membres de la première égalité l'application φ_g et d'invoquer explicitement sa linéarité.
- **Question B-V-4** : rappelons qu'il est attendu, lorsqu'on utilise un résultat de cours (ici la formule du binôme de Newton) pour répondre à une question, de donner le nom de ce résultat. Plusieurs candidats n'ont pas identifié la formule du binôme en tant que telle, et ont fait référence à la loi binomiale. Cette justification indirecte n'a été acceptée que lorsque la variable t a été interprétée comme une probabilité.

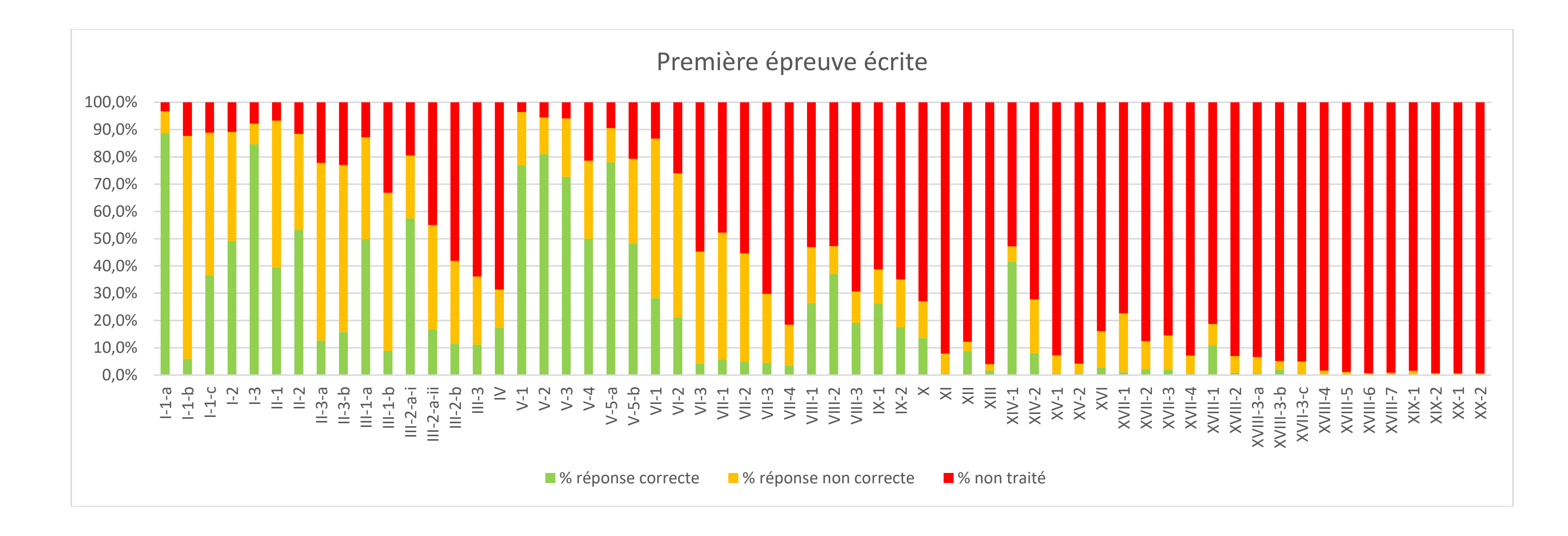
- **Question B-V-5-b** : sur la relation de récurrence, il est attendu, soit de mentionner explicitement le triangle de Pascal, soit de redémontrer l'égalité référencée sous ce nom.
- **Question B-VI-1** : pour prouver la dernière égalité (correspondant au cas $1 \leq k \leq n-1$), il est attendu de démontrer les égalités $k\binom{n}{k} = n\binom{n-1}{k-1}$ et $(n-k)\binom{n}{k} = n\binom{n-1}{k}$. La seule référence à la « formule du pion » n'a pas été créditée de la totalité des points attribués à cette question.
- **Question B-VI-3** : l'égalité $0^k = 0$ (resp $0^{n-k} = 0$) doit être justifiée par la stricte positivité de k (respectivement de $n-k$). De manière générale, tout au long de la partie B, il fallait traiter avec précaution les cas limites $k = 0$ et $k = n$.
- **Question C-VIII**-1 : pour démontrer que le point M(t) est bien défini, il faut justifier la non nullité du poids total des coefficients.
- **Question E-XVII-1** : avant de vérifier les trois axiomes de sous-groupes, il importe de préciser dans quel groupe de référence on se place. Il est ici possible de considérer le groupe des isométries affines du plan ou celui des bijections du plan. Mais dans ce dernier cas, il faut vérifier que la composée et l'inverse d'une isométrie conservant le carré conservent le carré, mais aussi que ce sont bien des isométries (conservation des distances). Certains candidats prennent comme groupes de référence O($\wp$)ou SO($\wp$) alors que ce ne sont pas des groupes de transformations affines du plan $\wp$, (mais des groupes d'automorphismes du plan vectoriel $\vec{\wp}$).

De manière générale, il a été observé un manque de rigueur dans l'utilisation du langage mathématique : absence de quantificateurs, confusion entre équivalence et implication, succession d'égalités sans lien explicite. Les symboles d'implication et d'équivalence sont très souvent utilisés à mauvais escient, par exemple en lieu et place de la conjonction « donc » entre deux propositions énoncées en français ; a contrario, ils sont souvent absents lorsqu'ils seraient nécessaires, par exemple pour prouver l'égalité entre deux ensembles. De la même manière, certains calculs sont menés sans qu'aucun lien logique entre les différentes lignes qui le constituent ne soit indiqué.

4.1.c Structuration et présentation des copies

Si la plupart des copies sont lisiblement et correctement rédigées, faisant par exemple ressortir les résultats obtenus en les encadrant, d'autres auraient mérité davantage d'effort au niveau du soin et de la présentation : les traits doivent être tirés à la règle et les illustrations (courbes, schémas) doivent être soignées et précises (en particulier les noms des axes doivent apparaître). Sur un autre registre, il est attendu d'un futur professeur qu'il utilise un niveau de langage approprié : des expressions telles que « c'est bon » ou « ok » pour conclure une preuve n'ont pas leur place dans la copie d'un candidat à un concours de recrutement d'enseignants. Il en est de même pour l'étalage de ses états d'âme lors de la résolution d'une question : des expressions telles que « zut, cette méthode ne marche pas » sont à proscrire. En l'absence d'épreuves orales à la session 2020, le jury s'est montré particulièrement attentif à la qualité de présentation et d'organisation des copies. L'absence de structuration, les erreurs de numérotation dans les pages qui constituent la copie ou à l'intérieur des différentes questions, le désordre dans lequel les questions sont traitées augurent mal de la capacité future du candidat à concevoir des documents pédagogiques de référence et à organiser efficacement un tableau. Enfin, l'affirmation sans preuve de résultats qualifiés d'évidences ou l'utilisation du résultat de la question $n+1$ pour démonter celui de la question n ne manquent pas de laisser au correcteur une impression de tromperie, voire de douter de l'honnêteté intellectuelle du candidat. Tous les passages en force se révèlent finalement défavorables au candidat. Signalons au contraire qu'il est parfaitement légitime de poursuivre un raisonnement en s'appuyant sur un résultat non démontré mais clairement indiqué comme étant admis.

Le diagramme suivant décrit les résultats obtenus par les candidats, question par question :



4.2 Seconde épreuve écrite

Le sujet de la seconde épreuve est composé de deux problèmes indépendants.

Le premier problème porte sur différents types de moyennes : la première partie consiste en la résolution de 7 problèmes issus des programmes de l'enseignement secondaire, dans lesquels apparaissent les quatre types de moyennes introduits dans l'énoncé. La seconde partie propose l'élaboration d'une figure géométrique sur laquelle ces quatre moyennes apparaissent. Les troisièmes et quatrièmes parties généralisent les résultats obtenus à d'autres types de moyenne et enfin la dernière partie traite de la notion de moyenne en probabilités, avec notamment la preuve de l'inégalité de Bienaymé-Tchebichev.
Le second problème, plus court, traite des liens entre le pentagone régulier et le nombre d'or, qui est développé sous forme de fraction continue dans la seconde partie.

Conformément à la description générique de l'épreuve, ce sujet a permis d'apprécier, outre les qualités scientifiques du candidat, son aptitude à se placer dans une optique professionnelle. En particulier, les sept problèmes qui ouvraient le sujet permettait, d'une part de vérifier que le candidat était capable de les résoudre (ce qui n'a pas toujours été le cas comme on le verra plus bas), d'autre part de rédiger une résolution précise, concise et rigoureuse, telle qu'attendue d'un futur enseignant. D'une manière générale, cette épreuve a été peu réussie, en raison, d'une part d'une maîtrise insuffisante des connaissances et des compétences mathématiques nécessaires à la résolution du problème, d'autre part d'un manque de rigueur, de clarté et de précision dans les justifications attendues.

4.2.a Qualité de l'argumentation et de l'expression écrite

D'une manière générale, rappelons qu'il est attendu des candidats une rédaction « experte » et non pas telle qu'un élève pourrait la formuler sur une copie : il s'agit bien de sélectionner de futurs enseignants et non pas de seulement vérifier que les candidats sont capables de résoudre les exercices proposés. À ce titre, il est attendu des candidats :

- Que, lorsqu'un théorème est cité, toutes ses hypothèses soient vérifiées. Par exemple, pour la question X.1 du premier problème, il était attendu que les candidats justifient l'utilisation du théorème des valeurs intermédiaires par la continuité de la fonction f ; pour les diverses utilisations du théorème de Thalès, il était attendu que les candidats en vérifient les hypothèses (en particulier les hypothèses d'alignement des points, peu vérifiées) et ne se contentent pas d'écrire « d'après le théorème de Thalès », « on applique Thalès », voire simplement « Thalès : ».

- Que les quantificateurs soient utilisés correctement et à bon escient, en particulier dans la rédaction des preuves par récurrence.

- Que les notations soient respectées : par exemple, en géométrie, les notations [AB], (AB) et AB sont souvent utilisées indistinctement, ce qui a conduit à des erreurs mathématiques graves, telles que l'apparition de quotients de segments.

- Qu'une réelle attention soit portée à la grammaire et l'orthographe : on déplore un nombre relativement important de copies truffées de fautes d'orthographe allant jusqu'à rendre la compréhension difficile (« on mais au carré »), sans compter la présence d'expressions incorrectes (« on a que »).

- Que la rédaction soit lisible et soignée : rappelons que la notation porte aussi sur cet aspect. À ce titre, mettre en valeur les résultats démontrés, accompagner de figures illustratives les questions le

nécessitant (en particulier en géométrie), réaliser des figures soignées devraient être la norme. La précision et la concision sont également attendues.

Certains candidats usent d'expressions telles que « il est clair que » ou « on peut affirmer que » et même parfois, « c'est évident », tout particulièrement en géométrie, sans plus d'argumentation. De telles affirmations ne suffisent pas pour convaincre les correcteurs de la validité des réponses proposées et laissent planer le doute sur l'honnêteté intellectuelle du candidat.

4.2.b Structuration et présentation des copies

Si la plupart des copies sont lisiblement et correctement rédigées, faisant par exemple ressortir les résultats obtenus en les encadrant, d'autres auraient mérité davantage d'effort au niveau du soin et de la présentation : les traits doivent être tirés à la règle et les illustrations (courbes, schémas) doivent être soignées et précises (en particulier, les noms des axes doivent apparaître). Comme pour la première épreuve, en l'absence d'épreuves orales à la session 2020, le jury s'est montré particulièrement attentif à la qualité de présentation des copies. L'absence de structuration de la copie, les erreurs de numérotation dans les pages qui la constituent ou dans les différentes questions traitées, le désordre dans lequel les questions sont traitées augurent mal de la capacité future du candidat à concevoir des documents pédagogiques de référence et à organiser efficacement un tableau.

Le sujet comportait plusieurs figures géométriques à réaliser, en particulier dans la partie B du premier problème. Elles sont en général soignées et bien annotées, mais parfois de trop petite taille. On peut toutefois s'étonner du nombre de candidats qui passent ces épreuves écrites sans disposer d'un compas et le signalent sur leur copie. Le recours à différentes couleurs est un plus lorsque celles-ci sont utilisées à bon escient. A contrario, les différents diagrammes demandés (question X.2 du premier problème, question IV.4 du second problème) ont souvent été peu satisfaisants : axes non gradués ou échelle non pertinente, tracé des fonctions trop approximatif…

4.2.c Contenu mathématique

Beaucoup de copies comportent des erreurs de logique grossières : confusion entre condition nécessaire et suffisante, abus des signes d'implication et d'équivalence, ou raisonnements circulaires : on admet ce que l'on souhaite montrer, puis on le redémontre. La rédaction des raisonnements par récurrence est également souvent déficiente : il faut souvent se contenter de vagues « initialisation » et « hérédité » (voire de « n implique $n+1$ ») et l'hypothèse de récurrence est rarement écrite. De plus, on trouve parfois « supposons l'hypothèse de récurrence pour tout n et montrons le pour tout $n+1$ ». Ces problèmes de rédaction des récurrences sont signalés dans les rapports du jury depuis de nombreuses années.

Passons maintenant en revue certaines questions de façon plus précise.

Premier problème

Question I. Cette question a été abordée par 98,6 % des candidats et parmi eux seulement 16,9 % y ont répondu de façon correcte. Rappelons qu'il était attendu une rédaction experte et qu'on ne pouvait se contenter de calculer la moyenne arithmétique de 9 et de 20 : un minimum de justification était attendu, soit par une suite d'inégalités, soit en utilisant les variations d'une fonction affine par exemple. Certains

candidats ont calculé les quatre moyennes (arithmétique, géométrique, quadratique, harmonique) de 9 et de 20 (sans justifier d'ailleurs pourquoi la seconde note devait être 20) et ont choisi la plus grande.

Question II.1. Cette question a été abordée par 91,2 % des candidats et parmi eux seulement 12,3 % y ont répondu de façon correcte. Il semble que la notion de taux d'évolution soit mal maîtrisée par de nombreux candidats dont beaucoup ont calculé la moyenne arithmétique des deux taux ou des deux coefficients multiplicateurs.

Question III.1. Cette question a été abordée par 89,5 % des candidats et parmi eux 46,9 % y ont répondu de façon correcte. Ce problème a été nettement mieux réussi que le précédent. Cependant, certains candidats ignorent la formule donnant le volume d'un cylindre et on a pu trouver quelques réponses aberrantes, telles que R=1700 cm.

Question IV.1. Cette question a été abordée par 92,8 % des candidats et parmi eux seulement 35,6 % y ont répondu de façon correcte. Beaucoup de candidats se contentent de calculer la moyenne arithmétique des deux vitesses moyennes. D'autres ont affirmé qu'il n'était pas possible de résoudre le problème, la distance parcourue n'étant pas donnée : en conséquence, ils ont raisonné sur une valeur particulière de cette distance, par exemple 10 km. Outre le problème logique de généralisation abusive d'un exemple au cas général, cela reflète une maîtrise insuffisante du calcul littéral.

Question V.1. Cette question a été abordée par 92,5 % des candidats et parmi eux 66,7 % y ont répondu de façon correcte. Certains candidats n'ont pas su éliminer *l* et *l'* dans les égalités découlant de la loi d'Archimède et ont essayé de s'en sortir à l'aide de moyennes pondérées, sans aboutir.

Questions VI.1 et VI.2. Ces questions ont été respectivement abordées par 91,3 % et 81,9 % des candidats, et parmi eux 64,6 % et 72,2 % y ayant répondu de manière correcte. Ce problème a été globalement l'un des plus réussi par les candidats, avec tout de même un bémol déjà signalé sur l'absence de vérification des hypothèses du théorème de Thalès.

Question VII.1. Cette question a été abordée par 76,3 % des candidats et parmi eux 72,7 % y ont répondu de façon correcte.

Question IX.6. Certains candidats ont démontré algébriquement les inégalités demandées, cela a été apprécié.

Question X.1. Les hypothèses du théorème des valeurs intermédiaires ont rarement été vérifiées, en particulier le fait que la moyenne arithmétique de *F(a)* et *F(b)* est bien une valeur intermédiaire. De plus, il s'agit d'une des questions comportant plusieurs items et beaucoup de candidats n'ont pas pensé à tous les vérifier : ainsi, dans la seconde partie de cette question, il fallait vérifier que les quatre fonctions soient bien continues et strictement monotones, ce qui n'a pas toujours été fait.

Question XI.1. Dans cette question, la gestion des indices a très souvent laissé à désirer, en particulier dans la somme double. Beaucoup de candidats ont peu justifié les étapes du calcul dans la partie hérédité de la preuve par récurrence, ce qui a parfois pu être perçu comme une tentative d'escroquerie. Cette question a été abordée par 72,8 % des candidats et parmi eux, seulement 16,8 % l'ont réussie.

Questions XVI.1 et XVI.2. Ces deux questions de cours ont été abordées respectivement par 27,3 % et 25,1 % des candidats et, parmi eux, respectivement 30,7 % et 36,7 % l'ont réussie.

Question XVII.5. Cette question a été très peu abordée par les candidats et la plupart du temps de façon très superficielle. Dans les rares copies où cette question est abordée, l'erreur du Chevalier est trouvée mais il n'y aucune piste pour l'utilisation de ce texte en classe. Les candidats ne font pas le lien entre ce texte et leurs réponses aux questions précédentes, montrant un manque de recul et aussi de maîtrise de ces sujets. Ils ne voient pas l'opportunité de présenter aux élèves une problématique qui permet de relier

l'histoire aux mathématiques et les mathématiques à des besoins de l'activité humaine, même si celle-ci est le jeu.

Second problème

Le second problème a souvent été mal compris par les candidats : il s'agissait de démontrer des résultats classiques sur le pentagone régulier (égalités d'angles et de longueur) en se basant sur la définition à l'aide d'une rotation donnée au début de la partie A. Par exemple, pour la question I.1.a, de nombreux candidats se sont contentés d'affirmer qu'il s'agissait de la définition d'un pentagone régulier, sans s'appuyer sur la définition donnée dans l'énoncé. Bien comprendre les questions posées et faire preuve d'un minimum de recul est tout simplement fondamental pour réussir l'épreuve.

Il était bien sûr possible d'utiliser la structure de groupes des isométries du plan, mais à condition d'utiliser la bonne loi, alors que l'addition de rotations apparaît dans plusieurs copies. Il était également possible d'utiliser les nombres complexes pour traiter une partie du problème, à condition de préciser le repère orthonormé direct choisi et de signaler qu'on travaille avec les affixes des points. Bien trop souvent, l'utilisation des nombres complexes s'est soldée par la multiplication d'un nombre complexe et d'un point du plan.

D'une manière générale, ce second problème a mis en évidence le manque de maîtrise des candidats en géométrie : la confusion entre le segment [AB] et la longueur AB apparaît dans de nombreuses copies, les démonstrations faisant intervenir des angles sont en général menées sans grand soin, les hypothèses d'application de théorèmes classiques, tel le théorème de Thalès sont rarement vérifiées, le vocabulaire est imprécis (« B est la rotation de centre O de A », « le triangle MOG est perpendiculaire en O », « H est la hauteur issue de M », « angle rectangle »). Notons aussi qu'un certain nombre de candidats semblent en difficulté avec les radians et expriment les angles en degrés ou oscillent entre radians et degrés dans la question II.1.

Question II.5. Cette question a été abordée par 20,3 % des candidats et parmi eux, 5,3 % seulement l'ont réussie. Très peu de candidats ont abordé cette question en ayant en tête la consigne « tels que vous les feriez figurer dans la trace écrite d'un élève du cycle 4 ». Il faut souvent se contenter d'un « si », et non d'un « si et seulement si », laissant planer le doute de savoir si les conditions énoncées sont nécessaires, suffisantes ou nécessaires et suffisantes. Peu de copies donnent une illustration des trois cas à l'aide de figures. Enfin, quelques candidats confondent triangles isométriques et triangles semblables, en énonçant l'égalité des angles comme condition d'égalité.

Question III.3. Cette question a été abordée par 22,6 % des candidats et parmi eux, 9,1 % l'ont réussie. Peu de candidats réussissent à montrer que $\sqrt{5}$ est un nombre irrationnel, alors que la preuve de l'irrationnalité de $\sqrt{2}$ est l'une des treize démonstrations exigibles en classe de seconde.

Question IV.4. Cette question a été abordée par 36,6 % des candidats et parmi eux, 7,3 % l'ont réussie. Il s'agit pourtant d'une construction très classique des termes d'une suite définie par récurrence (« diagramme en escargot »).

Question V.3. Rappelons que si u est une suite croissante majorée par un nombre réel M, alors u est convergente, mais pas nécessairement vers M. Cette erreur est signalée dans un nombre relativement important de copies.

La réussite aux épreuves écrites suppose que les candidats soient préparés à :

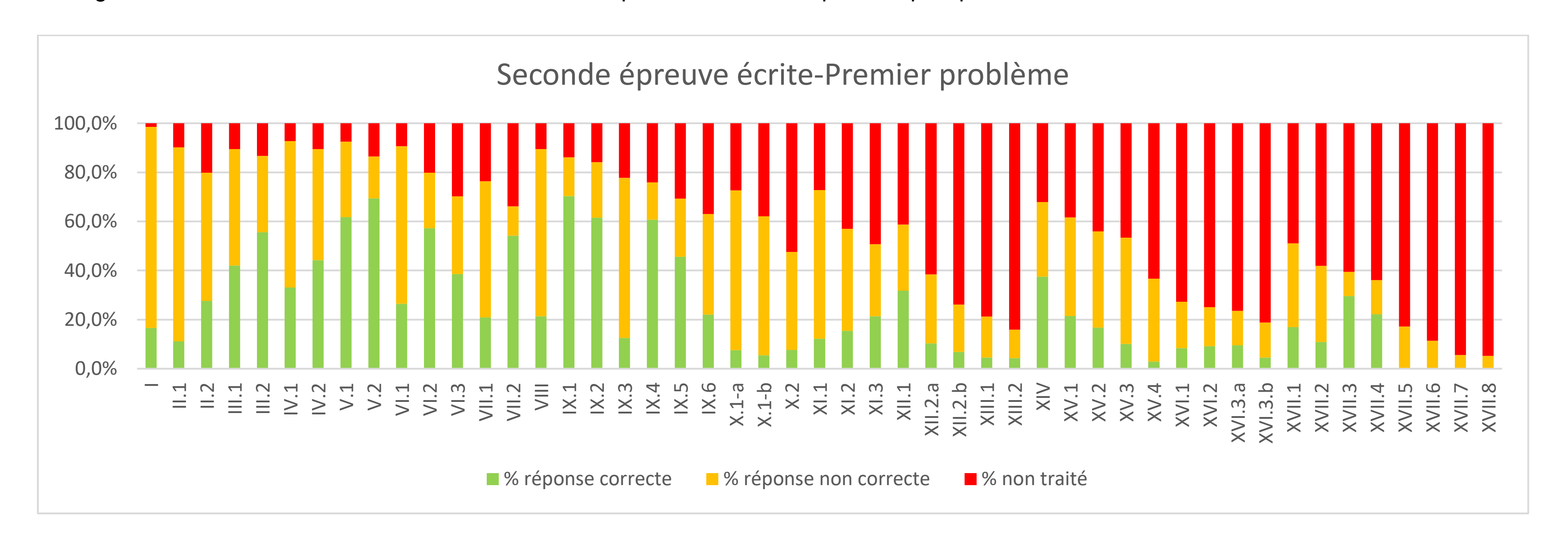
• maîtriser et énoncer avec précision, lorsqu'elles sont utilisées, les connaissances mathématiques de base, indispensables à la prise de recul sur les notions enseignées ;

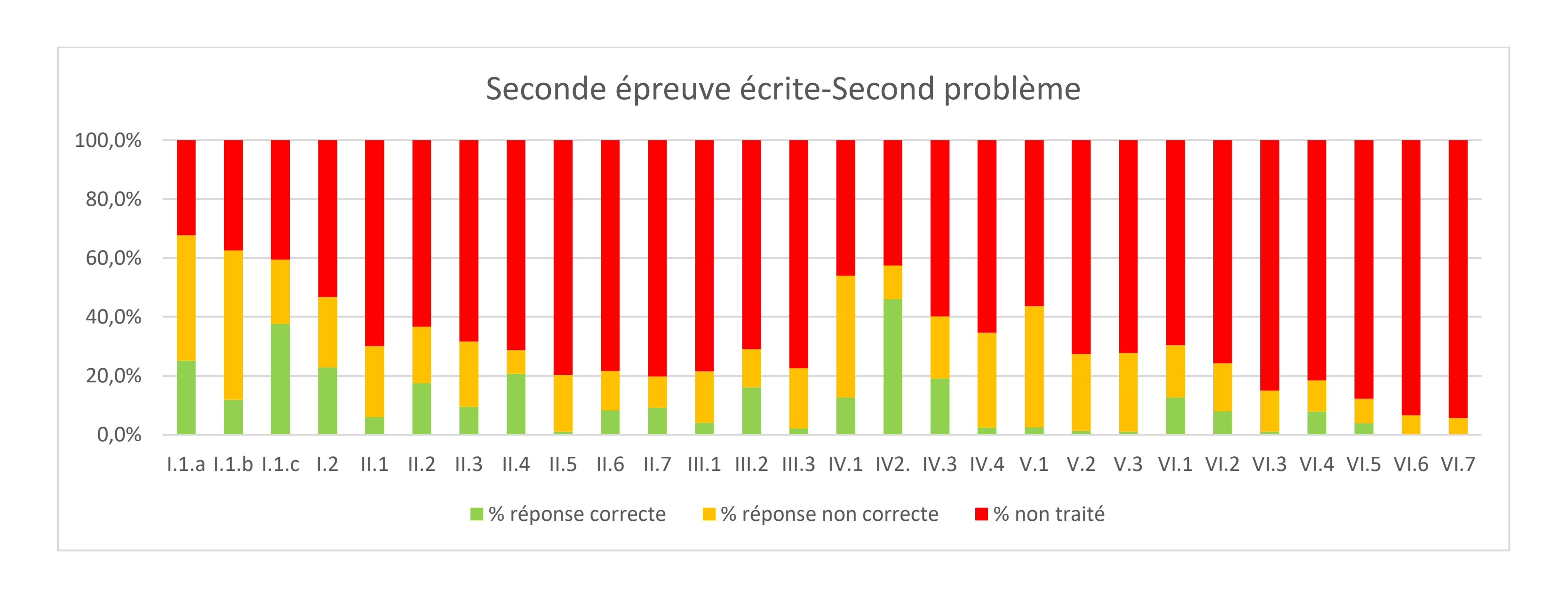
• rédiger clairement et de manière rigoureuse une démonstration simple, qui sera une composante essentielle du métier de professeur de mathématiques ;

• exposer avec toute la précision voulue, en mentionnant clairement les étapes successives, les raisonnements, plus particulièrement ceux qui relèvent du collège ou du lycée.

On rappelle aussi l'importance du respect des notations, de la nécessité de conclure une argumentation, mais aussi l'intérêt de la lisibilité d'une copie.

Les diagrammes suivants décrivent les résultats obtenus par les candidats, question par question :





5 Annexe

Les sujets des épreuves écrites de la session 2020 sont disponibles à l'adresse https://www.devenirenseignant.gouv.fr/cid149235/sujets-rapports-des-jurys-2020.html et sur le site du concours.

La liste des sujets de l'épreuve de mise en situation professionnelle pour la session 2021, ainsi que les sujets de l'épreuve sur dossier des sessions antérieures à la session 2020, sont disponibles sur le site du concours,

Pendant le temps de préparation de chaque épreuve orale, les candidats ont à leur disposition des ressources numériques de diverses natures : textes réglementaires, ressources d'accompagnement des programmes, logiciels, manuels numériques. On trouvera la liste de toutes ces ressources sur le site du concours,